

2013

28.

# Gázok termodinamikája

Műszaki áramlástan, hőtan és anyagtranszport

SZTE – MK  
Folyamatmérnöki Intézet



## Gázok termodinamikája – számolási feladat

**Feladatkiírás**

1 kg levegővel működő dugattyús hőerőgép ideális termodinamikai körfolyamata a következő tulajdonságokkal rendelkezik:

- kompresszióviszony:  $\varepsilon = v_1/v_2$ ,
- kompresszió nyomásviszony:  $\pi = p_2/p_1$
- nyomásemelkedési viszony:  $\lambda = p_3/p_2$
- előzetes expanzióviszony:  $\rho = v_3/v_2$
- kiindulási hőmérséklet  $t_1$ , nyomás  $p_1$
- adott még  $M_{\text{lev}} = 28,96 \text{ kg/kmol}$  és  $\kappa = 1,41$

- 1.) Határozza meg a megadott termodinamikai körfolyamat állapotpontjainak  $p$ ,  $v$ ,  $T$ ,  $u$ ,  $s$ ,  $h$  állapotjelzőit! Az adatokat foglalja táblázatba!
- 2.) Határozza meg az egyes állapotváltozásokra a  $\Delta u$ ,  $\Delta s$ ,  $\Delta h$ ,  $q$  és  $w$  értékeket! Az adatokat foglalja táblázatba!
- 3.) A fent meghatározott adatok alapján számítsa ki a körfolyamatban résztvevő levegő hasznos térfogatváltozási munkáját és bizonyítsa be a hő és a munka egyenértékűségét valamint a következő összefüggéseket:

$$\oint u = 0$$

$$\oint h = 0$$

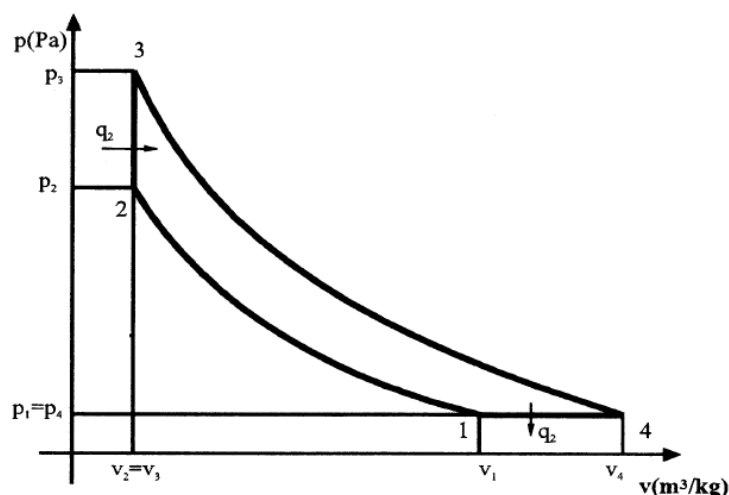
$$\oint s = 0$$

- 4.) Határozza meg a folyamat termikus hatásfokát!
- 5.) Ábrázolja léptékhelyesen a termodinamikai körfolyamatot  $p$ - $v$  és  $T$ - $s$  állapotváltozási diagramban legalább 3-3 közbenső állapotpont meghatározásának segítségével! A megszerkesztett körfolyamaton jelölje az állapotpontokat, a közölt illetve elvont hőmennyiségeket, és a hasznos munkával egyenértékű területet!
- 6.) **Változtassa meg a hőbevezetés állapotváltozásának módját** (izochor helyett izobár, izobár helyett izochor hőbevezetés, vegyes hőbevezetésű körfolyamatoknál a hőbevezetés módját szabadon megválaszthatja)! A bevezetett hő mennyisége, az 1. és 2. állapotpontok az első körfolyamattal megegyezők. Végezze el az 1-5. feladatpontokban leírt számításokat a megváltoztatott körfolyamatra! A megváltozott körfolyamatot ábrázolja ugyanezen az állapotváltozási diagramokon, és hasonlítsa össze a két körfolyamatot a feladatkiírás 1-5 pontja alapján!

**Feladatmegoldás**

28.

A 28-as feladathoz tartozó diagram és az ismert mennyiségek:

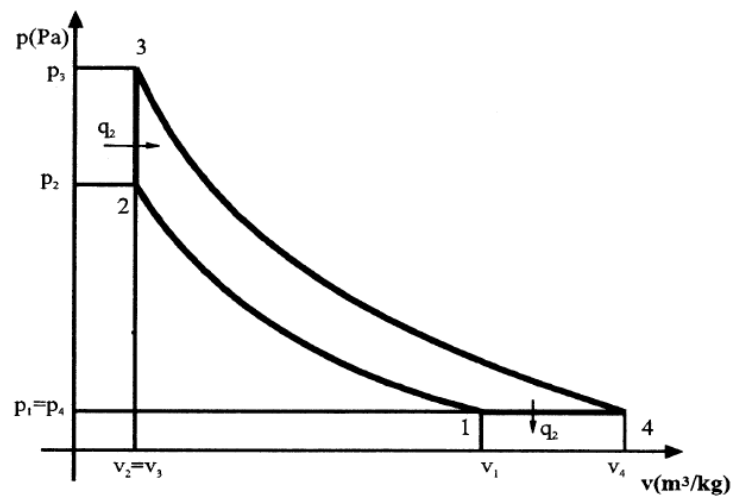


| Variáns | t<br>[°C] | p<br>[bar] | ε | λ   | ρ | π   | n <sub>1</sub> | n <sub>2</sub> |
|---------|-----------|------------|---|-----|---|-----|----------------|----------------|
| 28.     | 10,0      | 0,9        | - | 1,7 | - | 5,5 | -              | -              |

A diagram egy izochor hőbevezetésű Humphrey-körfolyamatot ábrázol. Részei:

- 1 – 2.: adiabatikus kompresszió
- 2 – 3.: izochor hőközlés
- 3 – 4.: adiabatikus expanzió
- 4 – 1.: izobar hőelvonás

**1. Feladat** - Határozza meg a megadott termodinamikai körfolyamat állapotpontjainak  $p$ ,  $v$ ,  $T$ ,  $u$ ,  $s$ ,  $h$  állapotjelzőit! Az adatokat foglalja táblázatba!



A munkaközeg állapotjelzőinek meghatározása ( $R = 0,287086 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ,  $\kappa = 1,41$ ):

$$c_v = \frac{R}{\kappa - 1} = \frac{0,287086 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}}{1,41 - 1} = 0,700209 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

$$c_p = R + c_v = 0,987295 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

1. állapotpont ( $T_1 = 10^\circ\text{C} + 273,15 = 283,15 \text{ K}$ ,  $p_1 = 0,9 \text{ bar} = 9 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ ,  $s_1 = 1 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ) Hiányzó adatok:  $v_1$ ,  $u_1$ ,  $h_1$

$$v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{0,287086 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot 283,15 \text{ K}}{90 \text{ kPa}} = 0,903204 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$u_1 = c_v \cdot T_1 = 0,700209 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot 283,15 \text{ K} = 198,2642 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_1 = c_p \cdot T_1 = 0,987295 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot 283,15 \text{ K} = 279,5526 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

1 – 2.: adiabatikus kompresszió ( $s_1 = s_2 = 1 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ,  $\pi = 5,5$ ) Hiányzó adatok:  $p_2$ ,  $v_2$ ,  $T_2$ ,  $u_2$ ,  $h_2$

$$p_2 = \pi \cdot p_1 = 5,5 \cdot 90 \text{ kPa} = 495 \text{ kPa}$$

$$p_1 \cdot v_1^\kappa = p_2 \cdot v_2^\kappa$$

$$v_2^\kappa = \frac{p_1 \cdot v_1^\kappa}{p_2} \rightarrow v_2 = \sqrt[\kappa]{v_1^\kappa \cdot \frac{p_1}{p_2}} = v_1 \cdot \sqrt[\kappa]{\frac{p_1}{p_2}} = 0,903204 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \cdot \sqrt[1,41]{\frac{90 \text{ kPa}}{495 \text{ kPa}}} = 0,269591 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$T_2 = \frac{p_2 \cdot v_2}{R} = \frac{495 \text{ kPa} \cdot 0,269591 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}}{0,287086 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 464,8347 \text{ K}$$

$$u_2 = c_v \cdot T_2 = 0,700209 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 464,834 \text{ K} = 325,4809 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_2 = c_p \cdot T_2 = 0,987295 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 464,834 \text{ K} = 458,9282 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

2 – 3.: izochor hőközlés ( $v_2 = v_3 = 0,269591 \text{ m}^3/\text{kg}$ ,  $\lambda = 1,7$ ) Hiányzó adatok:  $p_3$ ,  $T_3$ ,  $u_3$ ,  $h_3$ ,  $s_3$

$$p_3 = \lambda \cdot p_2 = 1,7 \cdot 495 \text{ kPa} = 841,5 \text{ kPa}$$

$$T_3 = \frac{p_3 \cdot v_3}{R} = \frac{841,5 \text{ kPa} \cdot 0,269591 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}}{0,287086 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 790,2190 \text{ K}$$

$$u_3 = c_v \cdot T_3 = 0,700209 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 790,2190 \text{ K} = 553,3184 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_3 = c_p \cdot T_3 = 0,987295 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 790,2190 \text{ K} = 780,1792 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$s_3 = s_2 + c_v \cdot \ln \lambda = 1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} + 0,700209 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot \ln 1,7 = 1,3715 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

3 – 4.: adiabatikus expanzió ( $p_1 = p_4 = 90 \text{ kPa}$ ,  $s_3 = s_4 = 1,3715 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$ ) Hiányzó adatok:  $v_4$ ,  $T_4$ ,  $u_4$ ,  $h_4$

$$p_3 \cdot v_3^\kappa = p_4 \cdot v_4^\kappa$$

$$v_4^\kappa = \frac{p_3 \cdot v_3^\kappa}{p_4} \rightarrow v_4 = \sqrt[\kappa]{v_3^\kappa \cdot \frac{p_3}{p_4}} = v_3 \cdot \sqrt[\kappa]{\frac{p_3}{p_4}} = 0,269591 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \cdot \sqrt[1,41]{\frac{841,5 \text{ kPa}}{90 \text{ kPa}}} = 1,315904 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$T_4 = \frac{p_4 \cdot v_4}{R} = \frac{90 \text{ kPa} \cdot 1,315904 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}}{0,287086 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 412,5292 \text{ K}$$

$$u_4 = c_v \cdot T_4 = 0,700209 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 412,5292 \text{ K} = 288,8566 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_4 = c_p \cdot T_4 = 0,987295 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 412,5292 \text{ K} = 407,2880 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

!Folytatás a következő oldalon!

|   | T<br>[K] | p<br>[kPa] | v<br>[m <sup>3</sup> /kg] | u<br>[kJ/kg] | h<br>[kJ/kg] | s<br>[kJ/kg·K] |
|---|----------|------------|---------------------------|--------------|--------------|----------------|
| 1 | 283,15   | 90         | 0,903204                  | 198,2642     | 279,5526     | 1              |
| 2 | 464,8347 | 495        | 0,269591                  | 325,4809     | 458,9282     | 1              |
| 3 | 790,2190 | 841,5      | 0,269591                  | 553,3184     | 780,1792     | 1,3715         |
| 4 | 412,5292 | 90         | 1,315904                  | 288,8566     | 407,2880     | 1,3715         |

**2. Feladat** - Határozza meg az egyes állapotváltozásokra a  $\Delta u$ ,  $\Delta s$ ,  $\Delta h$ ,  $q$  és  $w$  értékeket! Az adatokat foglalja táblázatba!

1 – 2.:  $\Delta u$ ,  $\Delta s$ ,  $\Delta h$

$$\Delta u = u_2 - u_1 = 127,2167 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \Delta s = s_2 - s_1 = 0 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad \Delta h = h_2 - h_1 = 179,3756 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

2 – 3.:  $\Delta u$ ,  $\Delta s$ ,  $\Delta h$

$$\Delta u = 227,8375 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \Delta s = 0,3715 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad \Delta h = 321,2510 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

3 – 4.:  $\Delta u$ ,  $\Delta s$ ,  $\Delta h$

$$\Delta u = -264,4618 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \Delta s = 0 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad \Delta h = -372,8912 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

4 – 1.:  $\Delta u$ ,  $\Delta s$ ,  $\Delta h$

$$\Delta u = -90,5924 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \Delta s = -0,3715 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad \Delta h = -127,7354 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

w meghatározása 1 – 2., 4 – 1. és 3 – 4. folyamatokra:

$$w_{4-1} + w_{1-2} = p_1 \cdot (v_1 - v_4) + \frac{1}{\kappa - 1} \cdot (p_1 \cdot v_1 - p_2 \cdot v_2) = -37,1430 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 127,2175 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = -164,3605 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$w_{3-4} = \frac{1}{\kappa - 1} \cdot (p_3 \cdot v_3 - p_4 \cdot v_4) = 264,4621 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

q meghatározása 2 – 3. és 4 – 1. folyamatokra:

$$q_{v-be} = c_v \cdot (T_3 - T_2) = 0,700209 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (790,2190 \text{ K} - 464,8347 \text{ K}) = 227,8370 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$q_{p-el} = c_p \cdot (T_1 - T_4) = 0,987295 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (283,1500 \text{ K} - 412,5292 \text{ K}) = -127,7354 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

|          | Kalorikus állapotjelzők megváltozása |                         |                       | w<br>[kJ/kg] | q<br>[kJ/kg] |
|----------|--------------------------------------|-------------------------|-----------------------|--------------|--------------|
|          | $\Delta u$<br>[kJ/kg]                | $\Delta s$<br>[kJ/kg·K] | $\Delta h$<br>[kJ/kg] |              |              |
| 1 – 2.   | 127,2167                             | 0                       | 179,3756              | -127,2175    | 0            |
| 2 – 3.   | 227,8375                             | 0,3715                  | 321,2510              | 0            | 227,8370     |
| 3 – 4.   | -264,4618                            | 0                       | -372,8912             | 264,4621     | 0            |
| 4 – 1.   | -90,5924                             | -0,3715                 | -127,7354             | -37,1430     | -127,7354    |
| $\Sigma$ | <b>0</b>                             | <b>0</b>                | <b>0</b>              |              |              |

!Folytatás a következő oldalon!

**3. Feladat** - A fent meghatározott adatok alapján számítsa ki a körfolyamatban résztvevő levegő hasznos térfogatváltozási munkáját és bizonyítsa be a hő és a munka egyenértékűségét valamint a következő összefüggéseket:

$$\oint du = 0$$

$$\oint dh = 0$$

$$\oint ds = 0$$

$$w_h = |w_{3-4}| - |w_{4-1} + w_{1-2}| = 264,4621 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 164,3605 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 100,1016 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$q_h = |q_{v-be}| - |q_{p-el}| = 227,8370 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 127,7354 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 100,1016 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

A három kalorikus állapotjelző vonalmenti integráljának értéke könnyen bizonyítható az egyes részfolyamatokban a kalorikus állapotjelzők megváltozásának előjeles algebrai összegével.

$$\oint du = \sum \Delta u = 0$$

$$\oint ds = \sum \Delta s = 0$$

$$\oint dh = \sum \Delta h = 0$$

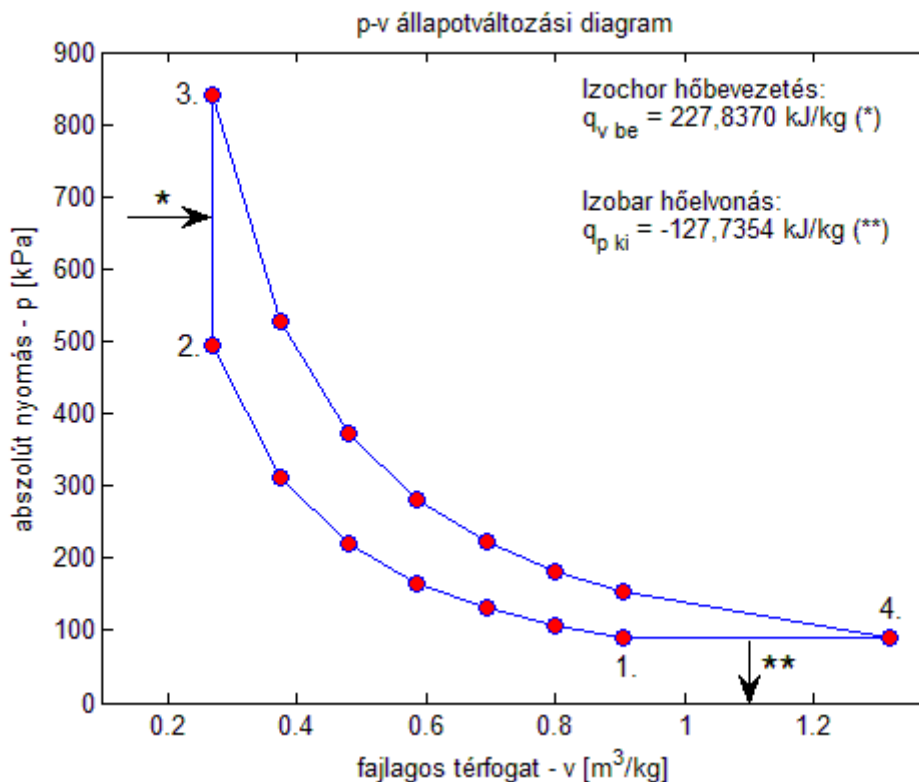
**4. Feladat** - Határozza meg a folyamat termikus hatásfokát!

$$\eta = \frac{w_h}{\sum q_{v-be}} = \frac{100,1016 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}{227,8370 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 0,4393$$

$$\eta = \frac{q_h}{\sum q_{v-be}} = \frac{100,1016 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}{227,8370 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 0,4393$$

**5. Feladat** - Ábrázolja léptékhelyesen a termodinamikai körfolyamatot **p-v** és **T-s** állapotváltozási diagramban legalább 3-3 közbenső állapotpont meghatározásának segítségével! A megszerkesztett körfolyamaton jelölje az állapotpontokat, a közölt illetve elvont hőmennyiségeket, és a hasznos munkával egyenértékű területet!

**p-v** állapotváltozási diagram:



Példaszámolás  $v$  és  $p$  meghatározására:

5 pontot határoztam meg az alsó görbén (és a felső görbén (+1) – ott már csak a nyomást számoltam, mert ugyanazokat a fajtérfogatokat használtam) a következő módon (a bemutatott számolás az alsó görbére vonatkozik):

$$v_3 = \frac{0,903204 \frac{m^3}{kg} - 0,269591 \frac{m^3}{kg}}{2} + 0,269591 \frac{m^3}{kg} = 0,586397 \frac{m^3}{kg}$$

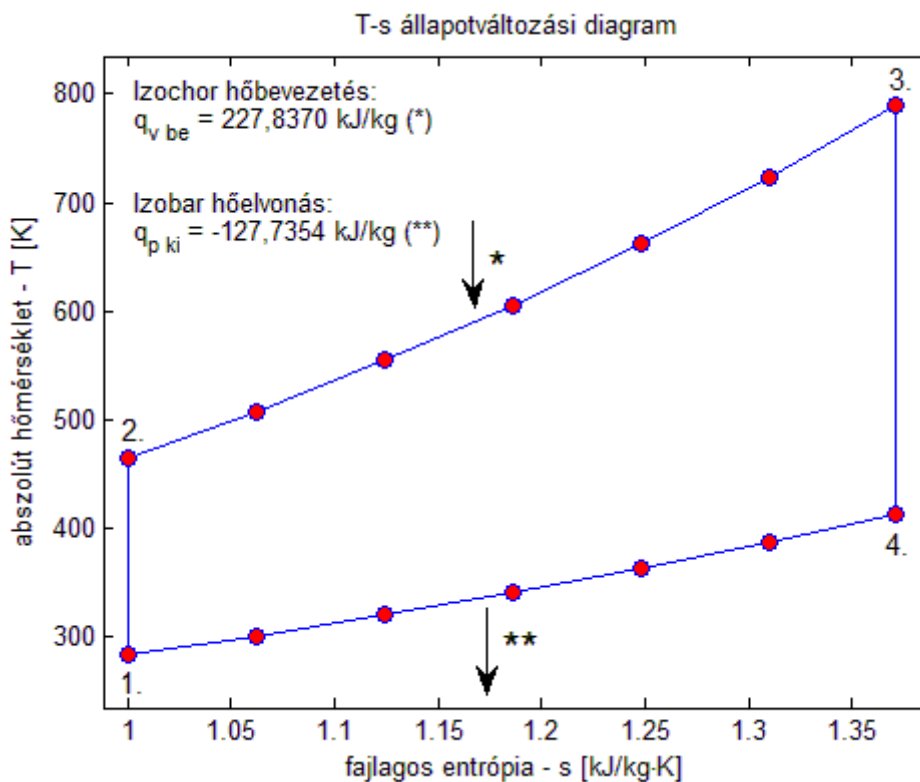
$$p_3 = p_2 \cdot \left(\frac{v_2}{v_3}\right)^k = 218,945628 \text{ kPa} \cdot \left(\frac{0,480795 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}}{0,586397 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}}\right)^{1,41} = 165,481498 \text{ kPa}$$

**Alsó görbe:**

|                             | 0        | 1          | 2          | 3          | 4          | 5          | 6        |
|-----------------------------|----------|------------|------------|------------|------------|------------|----------|
| $v$<br>[m <sup>3</sup> /kg] | 0,269591 | 0,375193   | 0,480795   | 0,586397   | 0,691999   | 0,797601   | 0,903204 |
| $p$<br>[kPa]                | 495      | 310,599414 | 218,945628 | 165,481498 | 131,024071 | 107,246215 | 90       |

**Felső görbe:**

|                             | 0        | 1         | 2         | 3         | 4         | 5         | 6         | 7        |
|-----------------------------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|
| $v$<br>[m <sup>3</sup> /kg] | 0,269591 | 0,375193  | 0,480795  | 0,586397  | 0,691999  | 0,797601  | 0,903204  | 1,315904 |
| $p$<br>[kPa]                | 841,5    | 528,01900 | 372,20756 | 281,31854 | 222,74092 | 182,31856 | 152,99973 | 90       |

**T-s állapotváltozási diagram:**

!Folytatás a következő oldalon!

Példaszámolás s és T meghatározására:

5 pontot határoztam meg az alsó és a felső görbén is a következő módon (a bemutatott számolás az alsó görbére vonatkozik):

$$s_3 = \frac{1,3715 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} - 1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}}{2} + 1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = 1,18575 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Figyelemmel kell lenni a hőbevezetés és a hőelvezetés módjára, amikor a hőmérsékleteket számoljuk. Hőbevezetés esetén állandó térfogaton mért fajhővel számolunk, míg hőelvezetés esetén állandó nyomáson mért fajhővel kell számolni.

$$s_2 = s_1 + c_v \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

$$\Delta s = c_v \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \rightarrow \frac{\Delta s}{c_v} = \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \rightarrow e^{\frac{\Delta s}{c_v}} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$T_2 = T_1 \cdot e^{\frac{\Delta s}{c_v}} \rightarrow T_2 = T_1 \cdot \exp\left(\frac{\Delta s}{c_v}\right)$$

A képlet állandó nyomáson mért fajhő esetén is ugyan az marad.

$$T_3 = 320,9878 \text{ K} \cdot \exp\left(\frac{1,185750 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} - 1,123833 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}}{0,987295 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}}\right) = 341,7627 \text{ K}$$

|             |                       | 0        | 1        | 2        | 3        | 4        | 5        | 6        |
|-------------|-----------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Alsó görbe  | <b>s</b><br>[kJ/kg·K] | 1        | 1,061916 | 1,123833 | 1,185750 | 1,247666 | 1,309583 | 1,371500 |
|             | <b>T</b><br>[K]       | 283,15   | 301,4757 | 320,9878 | 341,7627 | 363,8819 | 387,4330 | 412,5292 |
| Felső görbe | <b>T</b><br>[K]       | 464,8347 | 507,8097 | 554,7586 | 606,0481 | 662,0786 | 723,2903 | 790,2190 |

**6. Feladat - Változtassa meg a hőbevezetés állapotváltozásának módját** (izochor helyett izobár, izobár helyett izochor hőbevezetés, vegyes hőbevezetésű körfolyamatoknál a hőbevezetés módját szabadon megválaszthatja)! A bevezetett hő mennyisége, az 1. és 2. állapotpontok az első körfolyamattal megegyezők. Végezze el az 1-5. feladatpontokban leírt számításokat a megváltoztatott körfolyamatra! A megváltozott körfolyamatot ábrázolja ugyanezekben az állapotváltozási diagramokon, és hasonlítsa össze a két körfolyamatot a feladatkiírás 1-5 pontja alapján!

Ezen körfolyamat esetén **a hőbevezetés izochor állapotváltozás mellett megy végbe**, tehát **most izobár állapotváltozás mellett vezetjük be a hőt**. A 3. és a 4. állapotpontok újraszámolása szükséges.

3. állapotpont ( $p_{3p} = p_2 = 495 \text{ kPa}$ ,  $v_2 = 0,269591 \text{ m}^3/\text{kg}$ ) Hiányzó adatok:  $v_{3p}$ ,  $T_{3p}$ ,  $u_{3p}$ ,  $h_{3p}$ ,  $s_{3p}$

A bevezetett hő mennyisége nem változik, így a  $T_{3p}$  meghatározható.

$$q_{p-be} = c_p \cdot \Delta T \rightarrow \frac{q_{p-be}}{c_p} = \Delta T \rightarrow \frac{q_{p-be}}{c_p} = T_{3p} - T_2 \rightarrow \frac{q_{p-be}}{c_p} + T_2 = T_{3p}$$

!Folytatás a következő oldalon!



A következő adódik:

$$T_{3p} = \frac{|q_{p-be}|}{c_p} + T_2 = \frac{227,8370 \frac{kJ}{kg}}{0,987295 \frac{kJ}{kg \cdot K}} + 464,8347 K = 695,6036 K$$

Gay-Lussac I. törvényét alkalmazva, megkaphatjuk  $v_{3p}$ -t is:

$$\frac{v_2}{T_2} = \frac{v_{3p}}{T_{3p}}$$

$$v_{3p} = \frac{v_2}{T_2} \cdot T_{3p} = \frac{0,269591 \frac{m^3}{kg}}{464,8347 K} \cdot 695,6036 K = 0,403430 \frac{m^3}{kg}$$

$$u_{3p} = c_v \cdot T_{3p} = 0,700209 \frac{kJ}{kg \cdot K} \cdot 695,6036 K = 487,0679 \frac{kJ}{kg}$$

$$h_{3p} = c_p \cdot T_{3p} = 0,987295 \frac{kJ}{kg \cdot K} \cdot 695,6036 K = 686,7659 \frac{kJ}{kg}$$

$$s_{3p} = s_2 + c_p \cdot \ln\left(\frac{T_{3p}}{T_2}\right) = 1 \frac{kJ}{kg \cdot K} + 0,987295 \frac{kJ}{kg \cdot K} \cdot \ln\left(\frac{695,6036 K}{464,8347 K}\right) = 1,3979 \frac{kJ}{kg \cdot K}$$

**4. állapotpont** ( $s_{4p} = s_{3p} = 1,3949 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ,  $p_{4p} = p_1 = 90 \text{ kPa}$ ) Hiányzó adatok:  $v_{4p}$ ,  $T_{4p}$ ,  $u_{4p}$ ,  $h_{4p}$

$$p_{3p} \cdot v_{3p}^\kappa = p_{4p} \cdot v_{4p}^\kappa$$

$$v_{4p}^\kappa = \frac{p_{3p} \cdot v_{3p}^\kappa}{p_{4p}} \rightarrow v_{4p} = \sqrt[\kappa]{v_{3p}^\kappa \cdot \frac{p_{3p}}{p_{4p}}} = v_{3p} \cdot \sqrt[\kappa]{\frac{p_{3p}}{p_{4p}}} = 0,403430 \frac{m^3}{kg} \cdot \sqrt[1,41]{\frac{495 \text{ kPa}}{90 \text{ kPa}}} = 1,351599 \frac{m^3}{kg}$$

$$T_{4p} = \frac{p_{4p} \cdot v_{4p}}{R} = \frac{90 \text{ kPa} \cdot 1,351599 \frac{m^3}{kg}}{0,287086 \frac{kJ}{kg \cdot K}} = 423,7194 K$$

$$u_{4p} = c_v \cdot T_{4p} = 0,700209 \frac{kJ}{kg \cdot K} \cdot 423,7194 K = 296,6921 \frac{kJ}{kg}$$

$$h_{4p} = c_p \cdot T_{4p} = 0,987295 \frac{kJ}{kg \cdot K} \cdot 423,7194 K = 418,3360 \frac{kJ}{kg}$$

|    | T<br>[K] | p<br>[kPa] | v<br>[m <sup>3</sup> /kg] | u<br>[kJ/kg] | h<br>[kJ/kg] | s<br>[kJ/kg·K] |
|----|----------|------------|---------------------------|--------------|--------------|----------------|
| 3p | 695,6036 | 495        | 0,403430                  | 487,0679     | 686,7659     | 1,3979         |
| 4p | 423,7194 | 90         | 1,351599                  | 296,6921     | 418,3360     | 1,3979         |

!Folytatás a következő oldalon!

**2p. Feladat** - Határozza meg az egyes állapotváltozásokra a  $\Delta u$ ,  $\Delta s$ ,  $\Delta h$ ,  $q$  és  $w$  értékeket! Az adatokat foglalja táblázatba!

1 – 2.:  $\Delta u$ ,  $\Delta s$ ,  $\Delta h$

$$\Delta u = u_2 - u_1 = 127,2167 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \Delta s = s_2 - s_1 = 0 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad \Delta h = h_2 - h_1 = 179,3756 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

2 – 3p.:  $\Delta u_p$ ,  $\Delta s_p$ ,  $\Delta h_p$

$$\Delta u_p = 161,5870 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \Delta s_p = 0,3979 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad \Delta h_p = 227,8677 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

3p – 4p.:  $\Delta u_p$ ,  $\Delta s_p$ ,  $\Delta h_p$

$$\Delta u_p = -190,3758 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \Delta s_p = 0 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad \Delta h_p = -268,4299 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

4p – 1.:  $\Delta u_p$ ,  $\Delta s_p$ ,  $\Delta h_p$

$$\Delta u_p = -98,4279 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \Delta s_p = -0,3979 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad \Delta h_p = -138,7834 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$w_p$  meghatározása 1 – 2., 2 – 3p., 3p – 4p. és 4p – 1. folyamatokra:

$$w_{2-3p} + w_{3p-4p} = p_2 \cdot (v_{3p} - v_2) + \frac{1}{\kappa - 1} \cdot (p_{3p} \cdot v_{3p} - p_{4p} \cdot v_{4p}) = 66,2503 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 190,3754 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 256,6257 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$w_{4p-1} + w_{1-2} = p_1 \cdot (v_1 - v_{4p}) + \frac{1}{\kappa - 1} \cdot (p_1 \cdot v_1 - p_2 \cdot v_2) = -40,3555 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 127,2175 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = -167,5730 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$q_p$  meghatározása 2 – 3p. és 4p – 1. folyamatokra:

$$q_{p-be} = q_{v-be} = c_p \cdot (T_{3p} - T_2) = 227,8369 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$q_{p-el} = c_p \cdot (T_1 - T_{4p}) = -138,7834 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

|          | Kalorikus állapotjelzők megváltozása |                           |                                      | $w_p$<br>[kJ/kg] | $q_p$<br>[kJ/kg] |
|----------|--------------------------------------|---------------------------|--------------------------------------|------------------|------------------|
|          | $\Delta u_p$<br>[kJ/kg]              | $\Delta s_p$<br>[kJ/kg·K] | $\Delta h_p$<br>[kJ/kg]              |                  |                  |
| 1. – 2.  | 127,2167                             | 0                         | 179,3756                             | -127,2175        | 0                |
| 2. – 3p  | 161,5870                             | 0,3979                    | 227,8677                             | 66,2503          | 227,8369         |
| 3p – 4p  | -190,3758                            | 0                         | -268,4299                            | 190,3754         | 0                |
| 4p – 1.  | -98,4279                             | -0,3979                   | -138,7834                            | -40,3555         | -138,7834        |
| $\Sigma$ | <b>0</b>                             | <b>0</b>                  | <b>(0,03) <math>\approx</math> 0</b> |                  |                  |

**3p. Feladat** - A fent meghatározott adatok alapján számítsa ki a körfolyamatban résztvevő levegő hasznos térfogatváltozási munkáját és bizonyítsa be a hő és a munka egyenértékűségét valamint a következő összefüggéseket:

$$\oint du_p = 0$$

$$\oint dh_p = 0$$

$$\oint ds_p = 0$$

$$w_{p-h} = |w_{2-3p} + w_{3p-4p}| - |w_{1-2} + w_{4p-1}| = 256,6257 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 167,5730 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 89,0527 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$q_{p-h} = |q_{p-be}| - |q_{p-el}| = 227,8369 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 138,7834 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 89,0535 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

A három kalorikus állapotjelző vonalmenti integráljának értéke könnyen bizonyítható az egyes részfolyamatokban a kalorikus állapotjelzők megváltozásának előjeles algebrai összegével.

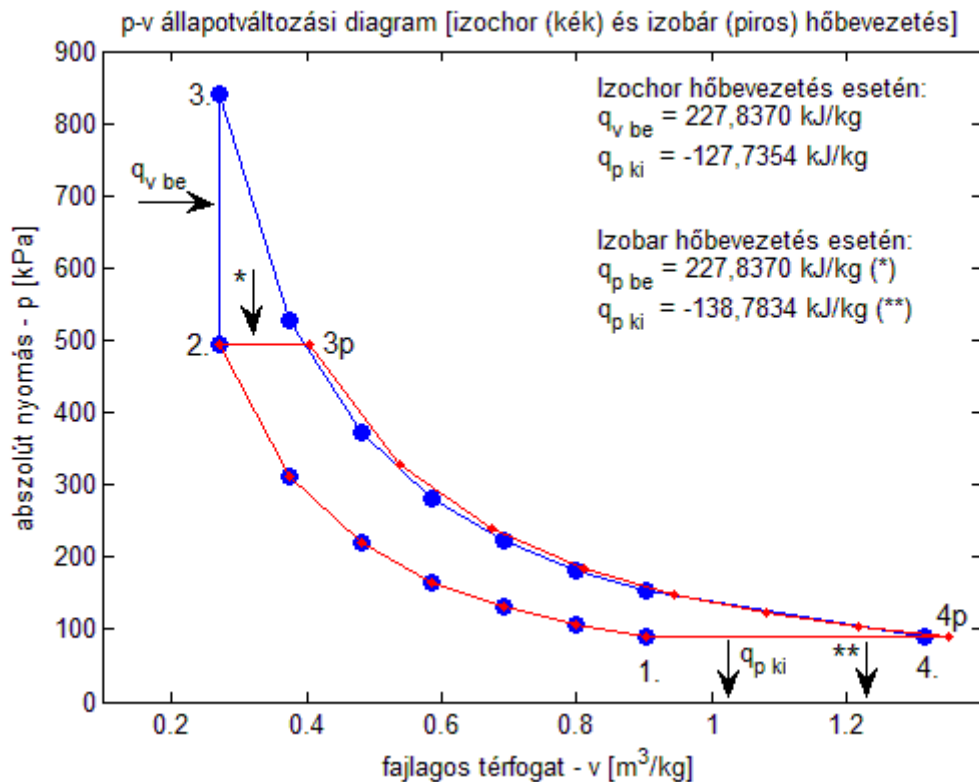
$$\oint du_p = \sum \Delta u_p = 0 \quad \oint ds_p = \sum \Delta s_p = 0 \quad \oint dh_p = \sum \Delta h_p = (0,03) \approx 0$$

**4p. Feladat** - Határozza meg a folyamat termikus hatásfokát!

$$\eta = \frac{w_{p-h}}{\sum q_{p-be}} = \frac{89,0527 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}{227,8369 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 0,3908 \quad \eta = \frac{q_{p-h}}{\sum q_{p-be}} = \frac{89,0535 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}{227,8369 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 0,3908$$

**5p. Feladat** - Ábrázolja léptékhelyesen a termodinamikai körfolyamatot **p-v** és **T-s** állapotváltozási diagramban legalább 3-3 közbenső állapotpont meghatározásának segítségével! A megszerkesztett körfolyamaton jelölje az állapotpontokat, a közölt illetve elvont hőmennyiségeket, és a hasznos munkával egyenértékű területet!

**p-v** állapotváltozási diagram:



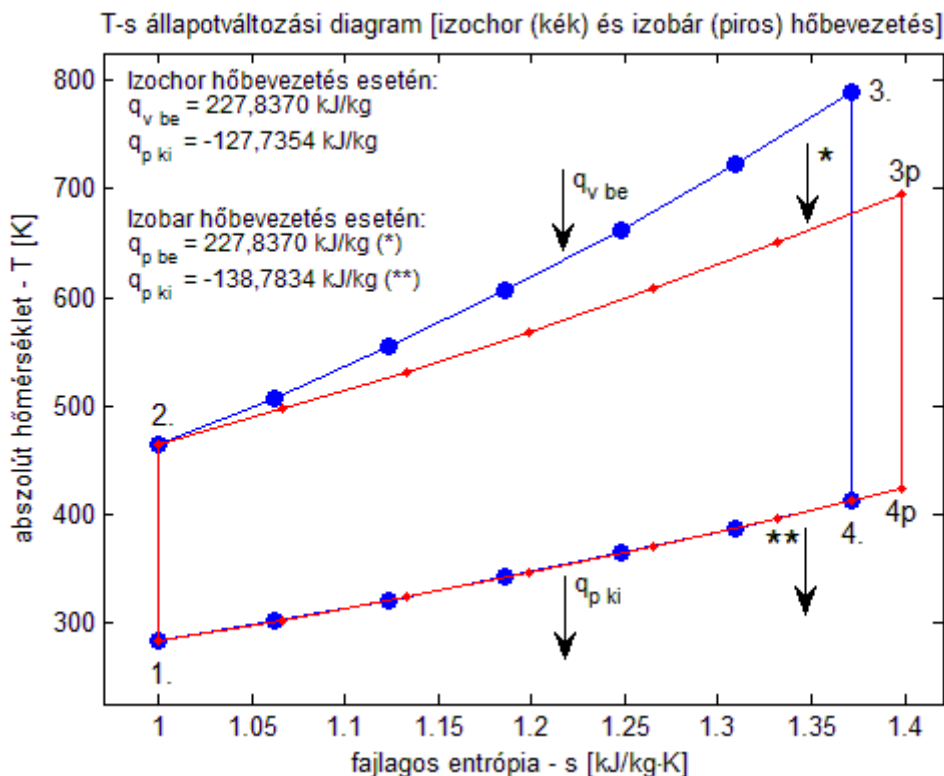
A közbenső pontok meghatározása ugyan azzal a módszerrel történt, mint az előző p-v állapotváltozási diagram esetében.

!Folytatás a következő oldalon!

A számolt adatok (a felső piros görbe adatai):

|                          | 0        | 1        | 2        | 3        | 4        | 5        | 6        | 7        |
|--------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $v$ [m <sup>3</sup> /kg] | 0,403430 | 0,538882 | 0,674335 | 0,809788 | 0,945240 | 1,080693 | 1,216146 | 1,351599 |
| $p$ [kPa]                | 495      | 329,1033 | 239,8963 | 185,3253 | 149,0129 | 123,3724 | 104,4500 | 90       |

**T-s** állapotváltozási diagram:



A közbenső pontok meghatározása ugyan azzal a módszerrel történt, mint az előző T-s állapotváltozási diagram esetében. A számolt adatok (a felső és az alsó piros görbe adatai):

**Felső görbe:**

|               | 0        | 1        | 2        | 3        | 4        | 5        | 6        |
|---------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $s$ [kJ/kg·K] | 1        | 1,066316 | 1,132633 | 1,198950 | 1,265266 | 1,331583 | 1,3979   |
| $T$ [K]       | 464,8347 | 497,1298 | 531,6692 | 568,6083 | 608,1132 | 650,3635 | 695,6036 |

**Alsó görbe:**

|               | 0      | 1        | 2        | 3        | 4        | 5        | 6        | 7        |
|---------------|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $s$ [kJ/kg·K] | 1      | 1,066316 | 1,132633 | 1,198950 | 1,265266 | 1,331583 | 1,371500 | 1,3979   |
| $T$ [K]       | 283,15 | 302,8223 | 323,8616 | 346,3627 | 370,4268 | 396,1632 | 412,5085 | 423,7194 |

**A p-v és a T-s diagramok elemzése**

A diagramokról egyértelműen leolvasható, hogy nagyobb hő közlése szükséges ahhoz, hogy az izobár hőbevezetés esetén a hatásfok egyenlő vagy nagyobb legyen az izochor hőbevezetésnél mért értékénél. Ez látható a hasznos térfogati munka területének változásából is.

Az izochor és az izobár hőbevezetés esetén is a 4 – 1. és a 4p – 1. folyamatok a T-s állapotváltozási görbén csak kis eltérést mutatnak a hőmérsékletek tekintetében. Véleményem szerint az eltérések csak

kerekítési hibák lehetnek, tehát a hőmérsékletek megegyeznek a 4 – 1. és 4p – 1. folyamatok esetén kivétel a 4p – 1. folyamathoz tartozó (1,3979 – 423,7197) pontot, ugyanis ehhez a ponthoz nem tartozik a 4 – 1. folyamat esetében sem entrópia sem hőmérséklet érték.

Az izochor hőbevezetés esetében a T-s diagramon a felső görbe egy izochora, az alsó pedig egy izobára. Az izobár hőbevezetésnél viszont a T-s diagramon az alsó és a felső görbe is izobára.

Készítette:  
Pap Ádám – PAASACT.SZE – Biomérnöki BSc III. év